

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1- إذا كان $f(x) = -x^{-6} + \sqrt[3]{x^2} + 2$ ، فإن $\int f(x).dx$ هي

- a) $-\frac{x^{-7}}{7} + \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + 2x + c$ b) $\frac{x^{-7}}{7} + \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + 2x + c$ c) $-\frac{x^{-5}}{5} + \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + 2x + c$ d) $\frac{x^{-5}}{5} + \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + 2x + c$

2- إذا كان $(f(x))$ اقتراناً متصلاً، وكان $\int f(x).dx = x^3 - 3x + 5$ ، فإن $(f'(1))$ يساوي

- a) 1 b) 0 c) 6 d) 3

3- ناتج $\int \frac{dx}{(4x-1)^2}$ هو

- a) $-(\frac{x^5}{5} - x)^{-1} + c$ b) $(\frac{x^5}{5} - x)^{-1} + c$ c) $-\frac{1}{4}(4x-1)^{-1} + c$ d) $\frac{1}{4}(4x-1)^{-1} + c$

4- ناتج $\int \frac{(x^2-1)^2}{(x)^2}.dx$ هو

- a) $\frac{x^3}{3} - 2x + x^{-1} + c$ b) $\frac{x^3}{3} + 2x - x^{-1} + c$ c) $\frac{x^3}{3} + 2x + x^{-1} + c$ d) $\frac{x^3}{3} - 2x - x^{-1} + c$

5- ناتج $\int \frac{1}{\sqrt{3-2x}}.dx$ هو

- a) $(3-2x)^{\frac{1}{2}}$ b) $-(3-2x)^{\frac{1}{2}}$ c) $-(3x-x^2)^{\frac{1}{2}}$ d) $(3-2x)^{\frac{1}{2}}$

6- ناتج $\int \frac{x-1}{\sqrt{x^3}}.dx$ هو

- a) 2 b) 0 c) $2x^{\frac{1}{2}} - 2x^{-\frac{1}{2}} + c$ d) $2x^{\frac{1}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}} + c$

7- ناتج $\int \frac{x^3+x^2-x-1}{x^2-1}.dx$ هو

- a) $\frac{x^2}{2} + x + c$ b) $\frac{x^2}{2} - x + c$ c) $x^2 - x + c$ d) $x^2 + x + c$

8- إذا كان $\int (f'(x) + x^2).dx = 2x^3 + bx^2 + 2$ وكان $f'(1) = 4$ ، $f(2) = 6$ ، اجب عن الفقرات (8,9,10)

8- قيمة الثابت (b) هي

- a) $-\frac{1}{2}$ b) -2 c) 2 d) $\frac{1}{2}$

9- قيمة ثابت التكامل (c) هي

- a) $\frac{44}{3}$ b) $\frac{52}{3}$ c) $-\frac{22}{3}$ d) $\frac{22}{3}$

10- قيمة $(f(-1))$ هي

- a) $\frac{-39}{6}$ b) $\frac{-45}{6}$ c) $\frac{-23}{3}$ d) $\frac{-52}{3}$

11- قاعدة الاقتران $(f(x))$ إذا كان $f'(x) = 2x - 1$ ويمر منحناه في النقطة (1, 4) هي

- a) $x^2 - x + 4$ b) $2x^2 - x + 4$ c) $x^2 + x + 4$ d) $\frac{5}{2}x^2 - x + 4$

12- بدأ جسيم التحرك في خط مستقيم من النقطة (B) مبتعداً عنها بسرعة ابتدائية $(3m/s)$ ، فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي $(t m^2/s)$ ، اجب عن الفقرتين

(12,13)

12- سرعة الجسيم ب (m/s) بعد $(4s)$ من بدء حركته هي

- a) 5 b) 11 c) 8 d) 4

13- المسافة ب (m) التي قطعها الجسيم بعد $(4s)$ هي

- a) $\frac{32}{3}$ b) $\frac{36}{3}$ c) $\frac{68}{3}$ d) $\frac{100}{3}$

14- قذفت كرة راسياً الى اعلى من قمة برج ارتفاعه عن سطح الأرض $(45m)$ وكانت السرعة في اللحظة (t) هي $(-10t + 40 m/s)$ ، فإن الزمن الذي

تستغرقه الكرة للوصول الى سطح الأرض هو

- a) 4s b) 8s c) 9s d) 13s

15- إذا كان $\int_{1+3a}^{2+5a} 4 \cdot dx = 36$ ، فإن قيمة أو قيم (a) هي

- a) -8 b) 8 c) 4 d) -4

☒ إذا كان $\int_3^6 2f(x) \cdot dx = 10$ ، اجب عن الفقرتين (17،16)

16- قيمة $\int_3^3 f(x) \cdot dx$ هي

- a) 0 b) 5 c) 10 d) 30

17- قيمة $\int_6^3 f(x) \cdot dx$ هي

- a) 5 b) -5 c) 10 d) -10

☒ إذا كان $\int_1^5 f(x) \cdot dx = 7$ ، اجب عن الفقرتين (19،18)

18- قيمة $\int_5^1 (2f(x) - \frac{1}{2}x + 1) \cdot dx$ هي

- a) 4 b) -3 c) -12 d) -24

19- قيمة (a) اذا علمت ان $\int_1^5 2af(x) \cdot dx = 1$ هي

- a) $\frac{-1}{14}$ b) $\frac{1}{14}$ c) $\frac{1}{7}$ d) 14

20- إذا كان $\int_2^7 3f(x) \cdot dx = 9$ ، $\int_2^4 5f(x) \cdot dx = 10$ ، فإن قيمة $\int_4^7 2f(x) \cdot dx$ هي

- a) -1 b) -2 c) 1 d) 2

21- إذا كان $\int_2^3 f(x) \cdot dx = 6$ ، $\int_2^7 (4 + f(x)) \cdot dx = 30$ ، فإن قيمة $\int_3^7 2f(x) \cdot dx$ هي

- a) 8 b) 16 c) 60 d) 12

22- قيمة $\int_1^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1} \cdot dx$ هي

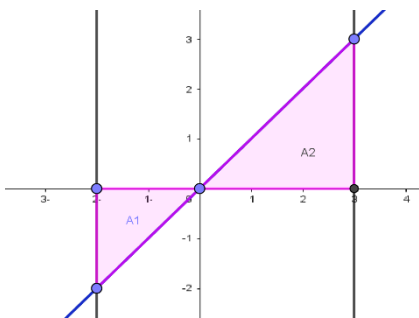
- a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{1}{2}$ d) 1

23- إذا كان $(f(x))$ كثير حدود بحيث ان $(f'(x) = 3x - 2)$ ، فإن قيمة $(f(3) - f(-1))$ هي

- a) 9 b) 2 c) 4 d) 8

24- إذا كان $\int_2^3 f(x) \cdot dx + \int_3^5 f(x) \cdot dx - \int_8^5 f(x) \cdot dx = \int_m^n f(x) \cdot dx$ ، فإن قيمة $2m + 3n$ هي

- a) 24 b) 20 c) 28 d) 30



25- يمثل الشكل المجاور منحنى الدالة $(f(x))$ ، وكان $(A1, A2)$ عدداً موجبان يمثلان مساحة المنطقة المظللة بين محور x ومنحنى الدالة $(f(x))$ والمستقيمين $(x = -2, x = 4)$

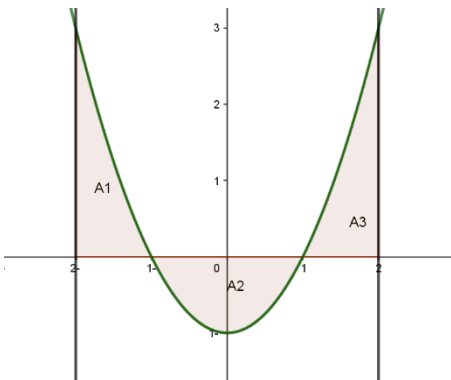
فإن $\int_{-2}^4 f(x) \cdot dx - \int_0^4 2f(x) \cdot dx$ يساوي

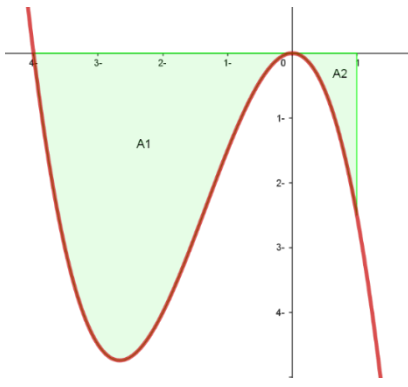
- a) $-A1 - A2$ b) $2A1 - A2$
c) $A1 + A2$ d) $A1 - 2A2$

26- يمثل الشكل المجاور منحنى الدالة $(f(x))$ فإن مساحة المنطقة المحصورة بين محور x

ومنحنى الدالة $(f(x))$ والمستقيمين $(x = -2, x = 2)$ هي

- a) $A1 + A3 - A2$ b) $A2$
c) $A1 + A2 + A3$ d) $A1 + A3$





27- يمثل الشكل المجاور منحنى الدالة $(f(x))$ فإن مساحة المنطقة المحصورة بين محور x

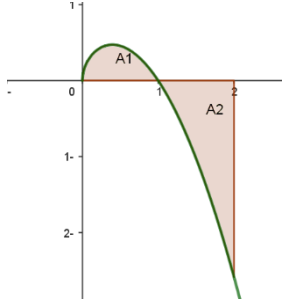
ومنحنى الدالة $(f(x))$ والمستقيم $(x = 1)$ هي

a) $\int_{-4}^0 f(x).dx + \int_0^1 f(x).dx$

b) $\int_0^{-4} f(x).dx + \int_0^1 f(x).dx$

c) $-\int_{-4}^0 f(x).dx + \int_0^1 f(x).dx$

d) $-\int_{-4}^0 f(x).dx - \int_0^1 f(x).dx$



28- يمثل الشكل المجاور منحنى الدالة $(f(x))$ ، إذا كان $\int_0^1 f(x).dx = 0.33$

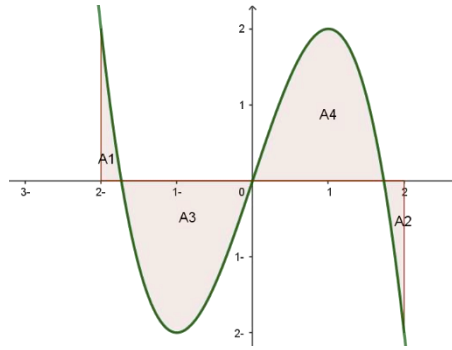
و $\int_0^2 f(x).dx = -0.78$ فإن مساحة المنطقة A2 تساوي

a) $-0.45 u^2$

b) $0.45 u^2$

c) $-1.11 u^2$

d) $1.11 u^2$



29- يمثل الشكل المجاور منحنى الدالة $(f(x))$ ، اجب عن الفقرتين (29، 30)

29- مساحة المنطقة المحصورة بين محور x ومنحنى الدالة $(f(x))$ هي

a) $A3 + A4$

b) $A1 + A4$

c) $A2 + A3$

d) $A1 + A3$

30- قيمة $\int_0^{-2} f(x).dx$ هي

a) $A1 - A3$

b) $A1 + A3$

c) $A3 - A1$

d) $-A1 - A3$

السؤال الثاني: اوجد قيمة التكاملات الآتية:

1- $\int 3 + x(\sqrt{x}).dx$

2- $\int \frac{2x^3 + 5x^2 - 1}{x^2}.dx$

3- $\int_0^1 2x^n .dx, n > 0$

5- $\int_0^1 x^n(1-x).dx, n > 0$

6- $\int_0^1 x^n(1-x^2).dx, n > 0$

السؤال الثالث: اوجد قاعدة الاقتران $(f(x))$ في الحالات الآتية:

1- إذا كان المستقيم $y = x + 2$ يمس منحنى الاقتران $(f(x))$ عند $x = 0$ وكان $f''(x) = 6x$.

2- إذا كان منحنى الاقتران $(f(x))$ يمر بالنقطتين $(-1, 1)$ ، $(1, 3)$ ، و $f''(x) = 12$.

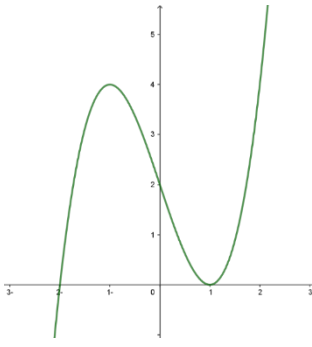
3- إذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عند أي نقطة هو $(x(2 - 3x))^{-1}$ وكان $f(2) = 5$.

4- إذا كان $f'(x) = ax - 3x^2$ والمستقيم $x + y = 4$ مماس لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عند النقطة $(1, f(1))$.

5- إذا كان منحنى الاقتران $(f(x))$ يمر بنقطة الأصل والنقطة $(1, 2)$ و ميل المماس عند أي نقطة (x, y) هو $2\sqrt{a}$

، حيث a ثابت و $a > 0$.

6- إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عند أي نقطة هو $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ و يمر بالنقطة $(1, \frac{2}{3})$.



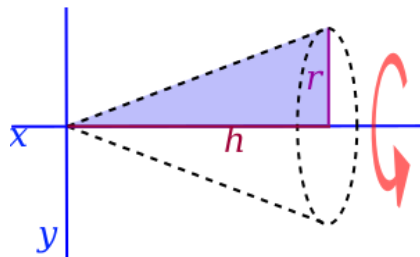
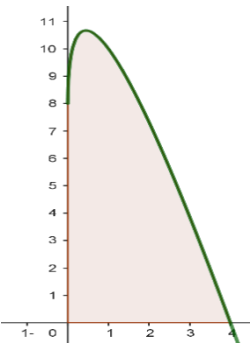
- 7- اذا كان لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقطة حرجة عند $(1, 3)$ وكان $f'''(x) = 2$.
 8- اذا كان يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران $(f(x))$ وكان $f'(x) = 3x^2 - 3$.

السؤال الرابع:

- 1- بدأ جسيم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل ومبتعداً عنها ، فإذا كانت سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة $v(t) = 3t^2 + 2t$ فما بعده عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة .
 2- قذفت كرة للأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها $64m/s$ من قمة برج ارتفاعه $80m$ ، اوجد اقصى ارتفاع من سطح الرض تصله الكرة اذا كان تسارعها $-32m/s^2$.
 3- سقطت كرة من وضعية السكون عمودياً للأسفل من ارتفاع $5m$ على الأرض، اذا كان تسارعها $10m/s^2$ اوجد
 (a) سرعة الكرة بعد $3s$ من بدء الحركة .
 (b) المسافة المقطوعة بعد $2s$ من بدء الحركة .
 (c) سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض .
 4- اثبت ان $\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} \cdot dx = \frac{2\sqrt{ax+b}}{a} + c, n = -1$.

السؤال الخامس:

- 1- اوجد المساحة المحصورة بين محور x ومنحنى الاقتران $(f(x))$ في الحالات الاتية:
 (a) $f(x) = x + 1$ والمستقيمين $x = 2, x = 4$.
 (b) $f(x) = x^2 - 9$.
 (c) $f(x) = -\sqrt{x}$ ومحور y والمستقيم $x = 4$.
 2- اوجد الحجم الناشئ عن دوران المساحة المحصورة بين محور x ومنحنى الاقتران $(f(x))$ دورة كاملة حول محور x في الحالات الاتية:
 (a) $f(x) = x + 1$ والمستقيمين $x = 2, x = 4$.
 (b) $f(x) = 4$ ومحور y والمستقيم $x = 5$.
 3- يمثل الشكل المجاور شكل سطح العلوي لجناح طائرة ممثلاً بالمعادلة $y = 8 + 8\sqrt{x} - 6x$ حيث $0 \leq x \leq 4$ اوجد مساحة هذا السطح .



- 4- يمثل الشكل المجاور مخروط دائري قائم نصف قطره r وارتفاعه h باستخدام التكامل المحدود اثبت ان حجمه يساوي $v = \frac{\pi}{3} r^2 h$

1-

$$f(x) = -x^{-6} + \sqrt[3]{x^2} + 2$$

$$\int f(x).dx = -\int x^{-6}.dx + \int x^{\frac{2}{3}}.dx + \int 2.dx$$

$$\therefore \int f(x).dx = -\left(\frac{x^{-6+1}}{-6+1}\right) + \left(\frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1}\right) + (2x) = -\left(\frac{x^{-5}}{-5}\right) + \left(3\frac{x^{\frac{5}{3}}}{5}\right) + (2x) = \frac{x^{-5}}{5} + \frac{3x^{\frac{5}{3}}}{5} + 2x + c \quad (d)$$

2-

$$\int f(x).dx = x^3 - 3x + 5$$

$$\therefore \frac{d}{dx} \int f(x).dx = \frac{d}{dx} (x^3 - 3x + 5) = f(x)$$

$$\therefore f(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = 6x$$

$$\therefore f'(1) = 6 \times 1 = 6 \quad (c)$$

3-

$$\int \frac{dx}{(4x-1)^2} = \int (4x-1)^{-2}.dx = \frac{(4x-1)^{-1}}{4 \times -1} = \frac{(4x-1)^{-1}}{-4} = -\frac{1}{4}(4x-1)^{-1} + c \quad (c)$$

4-

$$\int \frac{(x^2-1)^2}{(x)^2}.dx = \int \left(\frac{x^2-1}{x}\right)^2.dx = \int \left(\frac{x^2}{x} - \frac{1}{x}\right)^2.dx = \int \left(x - \frac{1}{x}\right)^2.dx = \int (x - x^{-1})^2.dx$$

$$= \int (x^2 + x^{-2} - 2).dx = \int x^2.dx + \int x^{-2}.dx - \int 2.dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^{-1}}{-1} - 2x = \frac{x^3}{3} - x^{-1} - 2x + c \quad (d)$$

5-

$$\int \frac{1}{\sqrt{3-2x}}.dx = \int \frac{1}{(3-2x)^{\frac{1}{2}}}.dx = \int (3-2x)^{-\frac{1}{2}}.dx = \frac{(3-2x)^{-\frac{1}{2}+1}}{-2 \times \left(-\frac{1}{2}+1\right)} = \frac{(3-2x)^{\frac{1}{2}}}{-2 \times \frac{1}{2}} = \frac{(3-2x)^{\frac{1}{2}}}{-1}$$

$$= -(3-2x)^{\frac{1}{2}} + c \quad (b)$$

6-

$$\int \frac{x-1}{\sqrt{x^3}}.dx = \int \frac{x-1}{x^{\frac{3}{2}}}.dx = \int (x-1)(x^{-\frac{3}{2}}).dx = \int x^{-\frac{1}{2}} - x^{-\frac{3}{2}}.dx = \int x^{-\frac{1}{2}}.dx - \int x^{-\frac{3}{2}}.dx$$

$$\int \frac{x-1}{\sqrt{x^3}}.dx = \frac{x^{-\frac{1}{2}+1}}{-\frac{1}{2}+1} - \frac{x^{-\frac{3}{2}+1}}{-\frac{3}{2}+1} = \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - \frac{x^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}} = 2x^{\frac{1}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}} + c \quad (d)$$

7-

$$\int \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^2 - 1} \cdot dx = \int \frac{(x-1)(x^2 + 2x + 1)}{(x-1)(x+1)} \cdot dx = \int \frac{(x-1)(x+1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} \cdot dx = \int x + 1 \cdot dx$$

$$= \frac{x^2}{2} + x + c \quad (a)$$

$$\int (f'(x) + x^2) \cdot dx = 2x^3 + bx^2 + 2, f(2) = 6, f'(1) = 4, (8, 9, 10)$$

8-

$$\int (f'(x) + x^2) \cdot dx = 2x^3 + bx^2 + 2, f(2) = 6, f'(1) = 4$$

$$\therefore \int (f'(x) + x^2) \cdot dx = \int f'(x) \cdot dx + \int x^2 \cdot dx = f(x) + \frac{x^3}{3} + c$$

$$\therefore f(x) + \frac{x^3}{3} + c = 2x^3 + bx^2 + 2 \Rightarrow f(x) = 2x^3 + bx^2 + 2 - \frac{x^3}{3} - c$$

$$\therefore f(x) = \frac{5}{3}x^3 + bx^2 + 2 - c \Rightarrow \therefore f(2) = \frac{5}{3} \times 8 + 4b + 2 - c = 6 \Rightarrow \frac{40}{3} + 4b - c = 4$$

$$\therefore f'(x) = \frac{15x^2}{3} + 2bx \Rightarrow f'(x) = 5x^2 + 2bx \Rightarrow f'(1) = 5 + 2b = 4 \Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2} \quad (a)$$

9-

$$\therefore f(x) = \frac{5}{3}x^3 + bx^2 + 2 - c \Rightarrow \therefore f(2) = \frac{5}{3} \times 8 + 4 \times -\frac{1}{2} + 2 - c = 6 \Rightarrow \frac{40}{3} - 2 + 2 - c = 6$$

$$\Rightarrow \frac{40}{3} - c = 6 \Rightarrow -c = 6 - \frac{40}{3} \Rightarrow -c = \frac{18 - 40}{3} \Rightarrow -c = \frac{-22}{3} \Rightarrow \therefore c = \frac{22}{3} \quad (d)$$

10-

$$\therefore f(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2 - \frac{22}{3} \Rightarrow \therefore f(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{6-22}{3}$$

$$\therefore f(x) = \frac{5}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{16}{3} \Rightarrow \therefore f(-1) = -\frac{5}{3} - \frac{1}{2} - \frac{16}{3} = \frac{-10 - 3 - 32}{6} = \frac{-45}{6} \quad (b)$$

11-

$$f'(x) = 2x - 1, (1, 4) \in f(x)$$

$$\therefore f(x) = \int f'(x) \cdot dx = \int 2x - 1 \cdot dx = \int 2x \cdot dx - \int 1 \cdot dx = \frac{2x^2}{2} - x = x^2 - x + c$$

$$\therefore f(1) = 4 \Rightarrow 1 - 1 + c = 4 \Rightarrow c = 4$$

$$\therefore f(x) = x^2 - x + 4 \quad (a)$$

☒ بدأ جسيم التحرك في خط مستقيم من النقطة (B) مبتعداً عنها بسرعة ابتدائية (3m/s) ، فإذا كان تسارعه في أي لحظة يساوي $(t\text{ m}^2\text{s})$ ، اجب عن الفقرتين

(13.12)

12-

$$v(t) \rightarrow t = 4s$$

$$v(t) = \int a(t).dt = \int t.dt = \frac{t^2}{2} + c$$

$$v(t) = \frac{t^2}{2} + c, v(0) = 3m/s \Rightarrow 3 = 0 + c \Rightarrow c = 3$$

$$v(t) = \frac{t^2}{2} + 3 \Rightarrow v(4) = \frac{4^2}{2} + 3 = 8 + 3 = 11m/s \quad (b)$$

13-

$$s(t) \rightarrow t = 4s, v(t) = \frac{t^2}{2} + 3$$

$$s(t) = \int v(t).dt = \int \frac{t^2}{2} + 3.dt = \frac{t^3}{6} + 3t + c, s(0) = 0 \Rightarrow 0 + 0 + c = 0$$

$$s(t) = \frac{t^3}{6} + 3t \Rightarrow s(4) = \frac{4^3}{6} + 3 \times 4 = \frac{64}{6} + 12 = \frac{32}{3} + 12 = \frac{32 + 36}{3} = \frac{68}{3} \quad (c)$$

14-

$$v(t) = -10t + 40 \frac{m}{s}, s(0) = 0m, v(t) = 0 \text{ عند أقصى ارتفاع } , s = -45m \text{ عند سطح الأرض}$$

$$s(t) = \int v(t).dt = \int -10t + 40.dt = -\frac{10t^2}{2} + 40t = -5t^2 + 40t + c, s(0) = 0m$$

$$\therefore 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\therefore s(t) = -5t^2 + 40t \Rightarrow -45 = -5t^2 + 40t \Rightarrow 0 = -5t^2 + 40t + 45 \Rightarrow t^2 - 8t - 9 = 0$$

$$\Rightarrow (t + 1)(t - 9) = 0$$

$$\therefore t + 1 = 0 \Rightarrow t = -1s \text{ مرفوض } \text{ or } t - 9 = 0 \Rightarrow t = 9s \quad (c)$$

15-

$$\int_{1+3a}^{2+5a} 4.x = 4x \Big|_{1+3a}^{2+5a} = 4(2 + 5a) - 4(1 + 3a) = 8 + 20a - 4 - 12a = 4 + 8a$$

$$\int_{1+3a}^{2+5a} 4.x = 36 \Rightarrow 4 + 8a = 36 \Rightarrow -8a = 32 \Rightarrow a = \frac{32}{-8} = -4 \quad (d)$$

$$\int_3^6 2f(x).dx = 10 \quad (16.17)$$

16-

$$\int_3^3 f(x).dx = 0 \quad (a)$$

17-

$$\int_3^6 2f(x).dx = 10 \Rightarrow 2 \int_3^6 f(x).dx = 10 \Rightarrow \int_3^6 f(x).dx = \frac{10}{2} = 5$$

$$\int_6^3 f(x).dx = - \int_3^6 f(x).dx = -5 \quad (b)$$

$$\int_1^5 f(x).dx = 7 \quad (18.19)$$

18-

$$\int_5^1 (2f(x) - \frac{1}{2}x + 1).dx = 2 \int_5^1 f(x).dx - \int_5^1 \frac{1}{2}x.d x + \int_5^1 1.d x = 2 \int_5^1 f(x).dx - \frac{x^2}{2 \times 2} \Big|_5^1 + x \Big|_5^1$$

$$\int_5^1 (2f(x) - \frac{1}{2}x + 1).dx = 2(- \int_1^5 f(x).dx) - \frac{x^2}{4} \Big|_5^1 + x \Big|_5^1 = 2(-7) - \left(\frac{1}{4} - \frac{25}{4}\right) + (1 - 5)$$

$$= -14 - \left(\frac{-24}{4}\right) - 4 = -14 + 6 - 4 = -12 \quad (c)$$

19-

$$\int_1^5 2af(x).dx = 1 \Rightarrow 2a \int_1^5 f(x).dx = 1 \Rightarrow \int_1^5 f(x).dx = \frac{1}{2a} \Rightarrow 7 = \frac{1}{2a} \Rightarrow 14a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{14} \quad (b)$$

20-

$$\int_2^7 3f(x).dx = 9 \Rightarrow 3 \int_2^7 f(x).dx = 9 \Rightarrow \int_2^7 f(x).dx = 3$$

$$\int_2^4 5f(x).dx = 10 \Rightarrow 5 \int_2^4 f(x).dx = 10 \Rightarrow \int_2^4 f(x).dx = 2$$

$$\begin{aligned}\therefore \int_4^7 2f(x).dx &= 2\left(\int_4^7 f(x).dx\right) = 2\left(\int_4^2 f(x).dx + \int_2^7 f(x).dx\right) \\ \therefore \int_4^7 2f(x).dx &= 2\left(-\int_2^4 f(x).dx + \int_2^7 f(x).dx\right) = 2(-2 + 3) = 2(1) = 2 \quad (d)\end{aligned}$$

21-

$$\begin{aligned}\int_2^3 f(x).dx &= 6 \\ \int_2^7 (4 + f(x)).dx &= 30 \Rightarrow \int_2^7 4.dx + \int_2^7 f(x).dx = 30 \Rightarrow 4x \Big|_2^7 + \int_2^7 f(x).dx = 30 \\ \Rightarrow 4(7 - 2) + \int_2^7 f(x).dx &= 30 \Rightarrow 20 + \int_2^7 f(x).dx = 30 \Rightarrow \int_2^7 f(x).dx = 30 - 20 = 10 \\ \therefore \int_3^7 2f(x).dx &= 2\left(\int_3^7 f(x).dx\right) = 2\left(\int_3^2 f(x).dx + \int_2^7 f(x).dx\right) = 2\left(-\int_2^3 f(x).dx + \int_2^7 f(x).dx\right) \\ \therefore \int_3^7 2f(x).dx &= 2(-6 + 10) = 2(4) = 8 \quad (a)\end{aligned}$$

22-

$$\begin{aligned}\int_1^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1}.dx &= \int_1^2 (x^2 - 2x + 1)^{\frac{1}{2}} = \frac{(x^2 - 2x + 1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_1^2 = \frac{2(x^2 - 2x + 1)^{\frac{3}{2}}}{3} \Big|_1^2 \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{(x^2 - 2x + 1)^3} \Big|_1^2 = \frac{2}{3} (\sqrt{(4 - 4 + 1)^3} - \sqrt{(1 - 2 + 1)^3}) = \frac{2}{3} (\sqrt{1} - \sqrt{0}) = \frac{2}{3} (1 - 0) = \frac{2}{3} \quad (b)\end{aligned}$$

23-

$$\begin{aligned}f'(x) = 3x - 2 &\Rightarrow \int 3x - 2.dx = \int 3x.dx - \int 2.dx = \frac{3x^2}{2} - 2x + c \\ f(3) - f(-1) &= \left(\frac{3x^2}{2} - 2x + c\right) \Big|_{-1}^3 = \left(\frac{27}{2} - 6 + c\right) - \left(\frac{3}{2} + 2 + c\right) = \left(\frac{27 - 12}{2} + c\right) - \left(\frac{3 + 4}{2} + c\right) \\ \therefore f(3) - f(-1) &= \left(\frac{25}{2} + c\right) - \left(\frac{7}{2} + c\right) = \frac{25}{2} + c - \frac{7}{2} - c = \frac{18}{2} = 9 \quad (a)\end{aligned}$$

24-

$$\int_2^3 f(x).dx + \int_3^5 f(x).dx - \int_8^5 f(x).dx = \int_m^n f(x).dx$$

$$\int_2^3 f(x).dx + \int_3^5 f(x).dx - (-\int_5^8 f(x).dx) = \int_2^5 f(x).dx + \int_5^8 f(x).dx = \int_2^8 f(x).dx = \int_m^n f(x).dx$$

$$\therefore m = 2, n = 8 \Rightarrow 2m + 3n = (2 \times 2) + (3 \times 8) = 4 + 24 = 28 \quad (c)$$

25-

$$\int_{-2}^4 f(x).dx - \int_0^4 2f(x).dx = \int_{-2}^4 f(x).dx - 2 \int_0^4 f(x).dx = \int_{-2}^0 f(x).dx + \int_0^4 f(x).dx - 2 \int_0^4 f(x).dx$$

$$= -A1 + A2 - 2A2 = -A1 - A2 \quad (a)$$

26-

$$A = A1 + |A2| + A3 = A1 + A2 + A3 \quad (c)$$

27-

$$A = |A1| + |A2| = -\int_{-4}^0 f(x).dx - \int_0^1 f(x).dx \quad (d)$$

28-

$$\int_0^1 f(x).dx = 0.33 = A1, \int_0^2 f(x).dx = -0.78 \Rightarrow A = |-0.78| = 0.78$$

$$\therefore A2 = A - A1 = 0.78 - 0.33 = 0.45u^2 \quad (b)$$

29-

$$A = A3 + A4 \quad (a)$$

30-

$$\int_0^{-2} f(x).dx = -\int_{-2}^0 f(x).dx = -(A1 - A3) = A3 - A1 \quad (c)$$

السؤال الثاني:

$$1 - \int 3 + x(\sqrt{x}).dx = \int 3 + x(x^{\frac{1}{2}}).dx = \int 3.d x + \int x^{\frac{3}{2}}.dx = 3x + \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} = 3x + \frac{2x^{\frac{5}{2}}}{5} + c$$

$$2 - \int \frac{2x^3 + 5x^2 - 1}{x^2}.dx = \int \frac{2x^3}{x^2}.dx + \int \frac{5x^2}{x^2}.dx - \int \frac{1}{x^2}.dx = \int 2x.d x + \int 5.d x - \int x^{-2}.dx$$

$$\int \frac{2x^3 + 5x^2 - 1}{x^2} \cdot dx = \frac{2x^2}{2} + 5x + \frac{x^{-1}}{-1} = x^2 + 5x - x^{-1} + c$$

$$3 - \int_0^1 2x^n \cdot dx, n > 0 = \frac{2x^{n+1}}{n+1} \Big|_0^1 = \frac{2 \times 1^{n+1}}{n+1} - \frac{2 \times 0^{n+1}}{n+1} = \frac{2 \times 1}{n+1} - \frac{2 \times 0}{n+1} = \frac{2}{n+1} - 0 = \frac{2}{n+1}$$

$$4 - \int_0^1 x^n(1-x) \cdot dx, n > 0 = \int_0^1 x^n - x^{n+1} \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} - \frac{x^{n+2}}{n+2} \Big|_0^1$$

$$= \left(\frac{1^{n+1}}{n+1} - \frac{1^{n+2}}{n+2} \right) - \left(\frac{0^{n+1}}{n+1} - \frac{0^{n+2}}{n+2} \right) = \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) - 0 = \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right)$$

$$5 - \int_0^1 x^n(1-x^2) \cdot dx, n > 0 = \int_0^1 x^n - x^{n+2} \cdot dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} - \frac{x^{n+3}}{n+3} \Big|_0^1$$

$$= \left(\frac{1^{n+1}}{n+1} - \frac{1^{n+3}}{n+3} \right) - \left(\frac{0^{n+1}}{n+1} - \frac{0^{n+3}}{n+3} \right) = \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3} \right) - 0 = \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+3} \right)$$

السؤال الثالث:

1- اذا كان المستقيم $y = x + 2$ يمس منحنى الاقتران $(f(x))$ عند $x = 0$ وكان $f''(x) = 6x$.

نقطة التماس هي $(0, 2) \Rightarrow y = 0 + 2 = 2$ $y = x + 2 \Rightarrow$

وميل المستقيم عند نقطة التماس نفس ميل منحنى الاقتران عند نقطة التماس ويساوي المشتقة الأولى للاقتران

$$f'(x) = m = y' = 1$$

$$\therefore f'(x) = \int f''(x) \cdot dx = \int 6x \cdot dx = \frac{6x^2}{2} = 3x^2 + c \Rightarrow f'(0) = 1 \Rightarrow 0 + c = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$\Rightarrow \therefore f'(x) = \int 3x^2 + 1$$

$$\therefore f(x) = \int f'(x) \cdot dx = \int 3x^2 + 1 \cdot dx = \frac{3x^3}{3} + x = x^3 + x + c$$

نقطة التماس $(0, 2)$ تقع على منحنى الاقتران وتحقق معادلته

$$\therefore f(0) = 2 \Rightarrow 0 + 0 + c = 2 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow \therefore f(x) = x^3 + x + 2$$

2- اذا كان منحنى الاقتران $(f(x))$ يمر بالنقطتين $(-1, 1)$ ، $(1, 3)$ و $f''(x) = 12x$.

$$\therefore f'(x) = \int f''(x) \cdot dx = \int 12x \cdot dx = 12x + c1$$

$$\therefore f(x) = \int f'(x) \cdot dx = \int 12x + c1 \cdot dx = \frac{12x^2}{2} + c1x + c2 = 6x^2 + c1x + c2$$

$$f(1) = 3, f(-1) = 1$$

$$\therefore 6 + c1 + c2 = 3 \Rightarrow [c1 + c2 = -3 \text{ (1)}], 6 - c1 + c2 = 1 \Rightarrow [-c1 + c2 = -5 \text{ (2)}]$$

بجمع المعادتين (1) و (2)

$$2c2 = -8 \Rightarrow c2 = -4, \therefore c1 + c2 = -3 \Rightarrow c1 = -3 - c2 = -3 - (-4) = -3 + 4 = 1$$

$$\therefore f(x) = 6x^2 + x - 4$$

3- اذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عند أي نقطة هو $(x(2 - 3x))^{-1}$ وكان $f(2) = 5$ حاصل ضرب ميل المماس والعمودي على المماس $= (-1)$

$$mT \times m \perp T = -1 \Rightarrow mT = \frac{-1}{m \perp T} = \frac{-1}{(x(2 - 3x))^{-1}} = -1(x(2 - 3x))^1 = -1(x(2 - 3x))$$

$$\therefore mT = -1(2x - 3x^2) = -2x + 3x^2 = 3x^2 - 2x = f'(x)$$

$$\therefore f(x) = \int f'(x) \cdot dx = \int 3x^2 - 2x \cdot dx = \frac{3x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} = x^3 - x^2 + c$$

$$\therefore f(2) = 5 \Rightarrow 8 - 4 + c = 5 \Rightarrow 4 + c = 5 \Rightarrow c = 5 - 4 = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$\therefore f(x) = x^3 - x^2 + 1$$

4- اذا كان $f'(x) = ax - 3x^2$ والمستقيم $x + y = 4$ مماس لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عند النقطة $(1, f(1))$.

المستقيم $x + y = 4$ مماس لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عند النقطة التماس $(1, f(1))$.

\therefore ميل المستقيم $x + y = 4$ نفس ميل منحنى الاقتران عند نقطة التماس ويساوي المشتقة الأولى للاقتران

$$x + y = 4 \Rightarrow y = 4 - x \Rightarrow 4 - 1 = 3 \Rightarrow f'(1) = 3 \quad \text{عند نقطة التماس } (1, f(1))$$

$$y = 4 - x \Rightarrow y' = -1 \Rightarrow \therefore f'(x) = -1 \Rightarrow f'(x) = ax - 3x^2 = -1$$

$$\therefore f'(1) = -1 \Rightarrow a - 3 = -1 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow f'(x) = 2x - 3x^2$$

$$f(x) = \int f'(x) \cdot dx = \int 2x - 3x^2 \cdot dx = \frac{2x^2}{2} - \frac{3x^3}{3} + c = x^2 - x^3 + c$$

$$\therefore f(1) = 3 \Rightarrow 1 - 1 + c = 3 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow \therefore f(x) = x^2 - x^3 + 3$$

5- اذا كان منحنى الاقتران $(f(x))$ يمر بنقطة الأصل والنقطة $(1, 2)$ و ميل المماس عند أي نقطة (x, y) هو $2\sqrt{a}$

، حيث $a > 0$ ثابت و

$$f'(x) = 2\sqrt{a} \Rightarrow f(x) = \int f'(x) \cdot dx \Rightarrow \int 2\sqrt{a} \cdot dx \Rightarrow 2\sqrt{a}x + c$$

$$f(0) = 0, f(1) = 2$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow f(x) = 2\sqrt{a}x$$

$$f(1) = 2 \Rightarrow f(1) = 2\sqrt{a} = 2 \Rightarrow \sqrt{a} = 1 \Rightarrow a = 1$$

$$\therefore f(x) = 2x$$

6- اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $(f(x))$ عند أي نقطة هو $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ و يمر بالنقطة $(1, \frac{2}{3})$.

$$\therefore f'(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f(x) = \int f'(x) \cdot dx = \int x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} \cdot dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + \frac{2x^{\frac{1}{2}}}{1} = \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} + 2x^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} + c$$

$$f(1) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}\sqrt{1^3} + 2\sqrt{1} + c = \frac{2}{3} + 2 + c = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2+6}{3} + c = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{8}{3} + c = \frac{2}{3} \Rightarrow c = \frac{2}{3} - \frac{8}{3} = \frac{-6}{3}$$

$$\therefore c = -2 \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2\sqrt{x} - 2$$

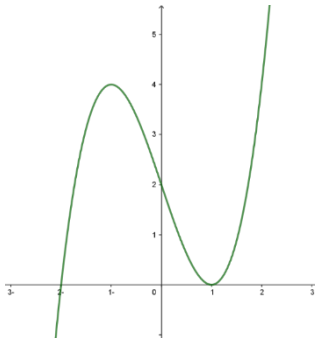
7- إذا كان لمنحنى الاقتران $(f(x))$ نقطة حرجة عند $(1, 3)$ وكان $f''(x) = 2$.

• النقطة $(1, 3)$ نقطة حرجة لمنحنى الاقتران فإن $f(1) = 3$, $f'(1) = 0$

$$f'(x) = \int f''(x) \cdot dx = \int 2 \cdot dx = 2x + c \Rightarrow f'(1) = 0 \Rightarrow 2 + c = 0 \Rightarrow c = -2 \Rightarrow f'(x) = 2x - 2$$

$$f(x) = \int f'(x) \cdot dx = \int 2x - 2 \cdot dx = \frac{2x^2}{2} - 2x + c = x^2 - 2x + c \Rightarrow f(1) = 3 \Rightarrow 1 - 2 + c = 3 \Rightarrow -1 + c = 3 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 4$$

8- إذا كان يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران $(f(x))$ وكان $f'(x) = 3x^2 - 3$



$$f(x) = \int f'(x) \cdot dx = \int 3x^2 - 3 \cdot dx = \frac{3x^3}{3} - 3x = x^3 - 3x + c$$

من المنحنى النقطة $(1, 0)$ تحقق معادلة الاقتران

$$f(1) = 0 \Rightarrow 1 - 3 + c = 0 \Rightarrow -2 + c = 0 \Rightarrow c = 2$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 3x + 2$$

السؤال الرابع:

1- بدأ جسيم التحرك في خط مستقيم من نقطة الأصل ومبتعداً عنها ، فإذا كانت سرعته في أي لحظة تعطى بالعلاقة $v(t) = 3t^2 + 2t$ فما بعده عن نقطة الأصل بعد ثانيتين من بدء الحركة .

$$s(t) = \int v(t) \cdot dt = \int 3t^2 + 2t \cdot dt = \frac{3t^3}{3} + \frac{2t^2}{2} = t^3 + t^2 + c$$

$$\therefore s(t) = t^3 + t^2 + c \Rightarrow s(0) = 0 \Rightarrow 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$\therefore s(t) = t^3 + t^2 \Rightarrow s(2) = 8 + 4 = 12m$$

2- قذفت كرة للأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها $64m/s$ من قمة برج ارتفاعه $80m$ ، اوجد أقصى ارتفاع من سطح الرض تصله الكرة

إذا كان تسارعها $-32m/s^2$.

$$v(t) = \int a(t) \cdot dt = \int -32 \cdot dt = -32t + c$$

$$v(0) = 64 \Rightarrow -32(0) + c = 64 \Rightarrow c = 64$$

$$\therefore v(t) = -32t + 64 \Rightarrow$$

عند أقصى ارتفاع $v(t) = 0$

$$\therefore v(t) = -32t + 64 \Rightarrow v(t) = 0 \Rightarrow -32t + 64 = 0 \Rightarrow -32t = -64 \Rightarrow t = 2s$$

$$s(t) = \int v(t) \cdot dt = \int -32t + 64 \cdot dt = \frac{-32t^2}{2} + 64t = -16t^2 + 64t + c$$

$$\therefore s(0) = 80 \Rightarrow 0 + 0 + c = 80 \Rightarrow c = 80$$

$$\therefore s(t) = -16t^2 + 64t + 80 \Rightarrow s(2) = -16(4) + 64(2) + 80 = -64 + 128 + 80 = 144m$$

3- سقطت كرة من وضعية السكون عمودياً للأسفل من ارتفاع $5m$ على الأرض، اذا كان تسارعها $10m/s^2$ اوجد
(a) سرعة الكرة بعد $3s$ من بدء الحركة .

سرعة الكرة لحظة السقوط هي $(0m/s)$ و المسافة المقطوعة لحظة السقوط هي $(0m)$ لأنها سقطت من وضعية السكون

$$v(t) = \int a(t) \cdot dt = \int 10 \cdot dt = 10t + c$$

$$v(t) = 0 \Rightarrow v(0) = 0 \Rightarrow 10(0) + c = 0 \Rightarrow \therefore c = 0$$

$$\therefore v(t) = 10t \Rightarrow v(3) = 10 \times 3 = 30m/s$$

(b) المسافة المقطوعة بعد $2s$ من بدء الحركة .

$$s(t) = \int v(t) \cdot dt = \int 10t \cdot dt = \frac{10t^2}{2} = 5t^2 + c$$

$$\therefore s(0) = 0 \Rightarrow 0 + c = 0 \Rightarrow \therefore c = 0$$

$$\therefore s(t) = 5t^2 \Rightarrow s(2) = 5(4) = 20m$$

(c) سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالأرض .

نجد زمن السقوط من ارتفاع $(5m)$ للوصول للأرض

$$\therefore s(t) = 5t^2 \Rightarrow 5 = 5t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow t = 1s$$

$$\therefore v(t) = 10t \Rightarrow v(1) = 10 \times 1 = 10m/s$$

$$4- \text{ اثبت ان } \int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} \cdot dx = \frac{2\sqrt{ax+b}}{a} + c, n = -1$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} \cdot dx = \int \frac{1}{(ax+b)^{\frac{1}{2}}} \cdot dx = \int (ax+b)^{-\frac{1}{2}} \cdot dx = \frac{(ax+b)^{-\frac{1}{2}+1}}{a(-\frac{1}{2}+1)} = \frac{(ax+b)^{\frac{1}{2}}}{(\frac{1}{2})a} = \frac{2(ax+b)^{\frac{1}{2}}}{a}$$

$$\therefore \int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} \cdot dx = \frac{2(ax+b)^{\frac{1}{2}}}{a} = \frac{2\sqrt{ax+b}}{a} + c$$

السؤال الخامس:

1- اوجد المساحة المحصورة بين محور x ومنحنى الاقتران $(f(x))$ في الحالات الآتية:

(a) $f(x) = x + 1$ والمستقيمين $x = 2, x = 4$.

حل المسائل من هذا ينصح بالرسم

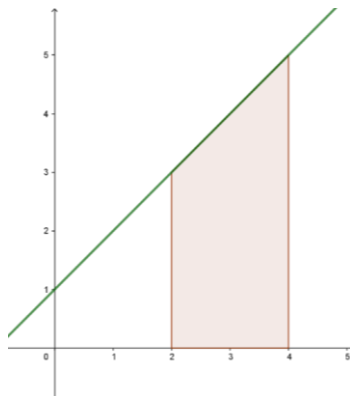
ولرسم الاقتران الخطي نجد نقاط التقاطع المنحنى مع المحور x والمحور y

$$\text{if } x = 0 \Rightarrow y = 0 + 1 = 1 \quad (0, 1)$$

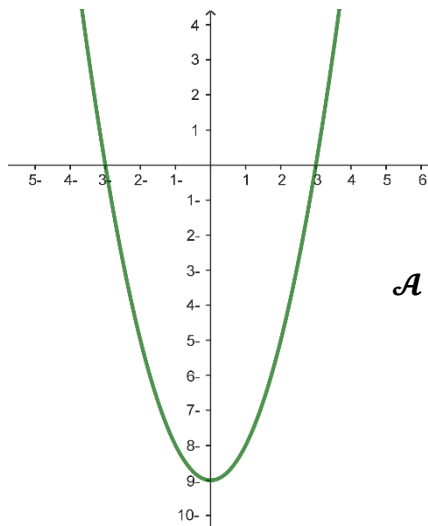
$$\text{if } y = 0 \Rightarrow 0 = x + 1 = 1 \Rightarrow x = -1 \quad (-1, 0)$$

لمعرفة حدود المساحة على محور x $f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1, -1 \notin [2, 4]$$



$$\mathcal{A} = \int_2^4 f(x) \cdot dx = \int_2^4 x + 1 \cdot dx = \frac{x^2}{2} + x \Big|_2^4 = \left(\frac{16}{2} + 4\right) - \left(\frac{4}{2} + 2\right) = (8 + 4) - (2 + 2) = 12 - 4 = 8u^2$$



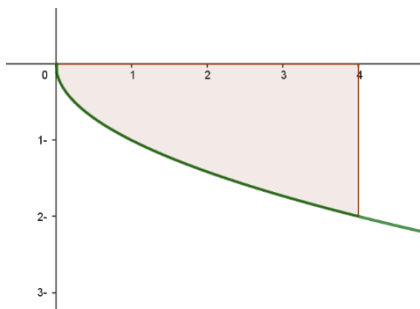
$$f(x) = x^2 - 9 \quad (b)$$

ولرسم الاقتران التربيعي نرسم الاقتران الأساسي $f(x) = x^2$ مع انسحاب للأسفل بمقدار 9 وحدات

لمعرفة حدود المساحة على محور x $f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9, \Rightarrow x = \pm 3, [-3, 3]$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \int_{-3}^3 f(x).dx = \int_{-3}^3 x^2 - 9.d x = \frac{x^3}{3} + 9x \Big|_{-3}^3 = \left(\frac{27}{3} + 27\right) - \left(\frac{-27}{3} - 27\right) \\ &= (9 + 27) - (-9 - 27) = 36 - (-36) = 36 + 36 = 72u^2 \end{aligned}$$



(c) $f(x) = -\sqrt{x}$ ومحور y والمستقيم $x = 4$.

ولرسم الاقتران الجذري نرسم الاقتران الأساسي $f(x) = \sqrt{x}$ مع انعكاس حول محور x

لمعرفة حدود المساحة على محور x $f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \Rightarrow -\sqrt{x} = 0 \Rightarrow -x = 0, \Rightarrow x = 0, [0, 4]$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \int_0^4 f(x).dx = \int_0^4 -\sqrt{x}.dx = \int_0^4 -x^{\frac{1}{2}}.dx = -\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = -\frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} \Big|_0^4 = -\frac{2\sqrt{x^3}}{3} \Big|_0^4 = \left(-\frac{2\sqrt{4^3}}{3}\right) - \left(-\frac{2\sqrt{0^3}}{3}\right) \\ &= \left(-\frac{2\sqrt{64}}{3}\right) - \left(-\frac{2\sqrt{0}}{3}\right) = \left(-\frac{2 \times 8}{3}\right) - \left(-\frac{2 \times 0}{3}\right) = \frac{-16}{3} - \frac{-0}{3} = \frac{-16}{3} - 0 = \frac{-16}{3} = \left|\frac{-16}{3}\right| = \frac{16}{3}u^2 \end{aligned}$$

2- اوجد الحجم الناشئ عن دوران المساحة المحصورة بين محور x ومنحنى الاقتران ($f(x)$) دورة كاملة حول محور x في الحالات الاتية:

(a) $f(x) = x + 1$ والمستقيمين $x = 2, x = 4$.

$$V = \int_a^b \pi(f(x))^2.d x = \int_2^4 \pi(x + 1)^2.d x = \frac{\pi(x+1)^3}{3} \Big|_2^4 = \frac{\pi}{3} ((4 + 1)^3 - (2 + 1)^3)$$

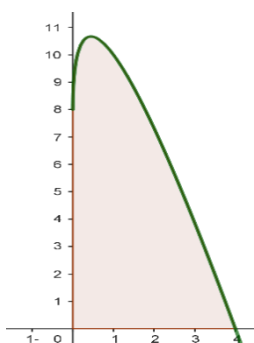
$$= \frac{\pi}{3} (125 - 27) = \frac{98\pi}{3}u^3$$

(b) $f(x) = 4$ ومحور y والمستقيم $x = 5$. محور y يعني $x = 0$

$$V = \int_a^b \pi(f(x))^2.d x = \int_0^5 \pi(4)^2.d x = \int_0^5 \pi 16.d x = \pi 16x \Big|_0^5 = 16\pi(5 - 0) = 80\pi u^3$$

3- يمثل الشكل المجاور شكل سطح العلوي لجناح طائرة ممثلاً بالمعادلة $y = 8 + 8\sqrt{x} - 6x$ حيث $0 \leq x \leq 4$ اوجد

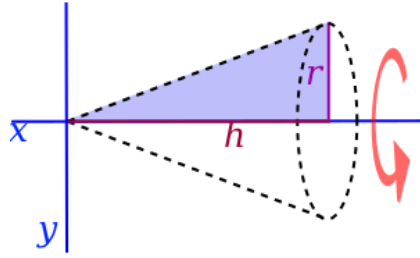
مساحة هذا السطح.



$$\mathcal{A} = \int_0^4 f(x).dx = \int_0^4 8 + 8\sqrt{x} - 6x.d x = \int_0^4 8 + 8x^{\frac{1}{2}} - 6x.d x$$

$$= 8x + \frac{8x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - 6x^2 \Big|_0^4 = 8x + \frac{16x^{\frac{3}{2}}}{3} - 6x^2 \Big|_0^4 = \left(32 + \frac{16 \times 8}{3} - 6 \times 16\right) - 0$$

$$= 32 + \frac{128}{3} - 96 = -64 + \frac{128}{3} = \frac{-192 + 128}{3} = \frac{-64}{3} = \left| \frac{-64}{3} \right| = \frac{64}{3} u^2$$



4- يمثل الشكل المجاور مخروط دائري قائم نصف قطره r وارتفاعه h

باستخدام التكامل المحدود اثبت ان حجمه يساوي $v = \frac{\pi}{3} r^2 h$

حدود التكامل في الفترة $[0, h]$

معادلة المستقيم الذي يمثله الوتر المار بالنقطتين $(0,0)$ و (h, r) هو

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - r = \frac{r}{h}(x - h) \Rightarrow y - r = \frac{rx}{h} - \frac{rh}{h} \Rightarrow y - r = \frac{rx}{h} - r$$

$$\Rightarrow y - r = \frac{rx}{h} - r \Rightarrow y = \frac{rx}{h} - r + r \Rightarrow y = \frac{rx}{h}$$

$$v = \int_a^b \pi(y)^2 \cdot dx = \int_0^h \pi\left(\frac{rx}{h}\right)^2 \cdot dx = \int_0^h \pi \frac{r^2 x^2}{h^2} \cdot dx = \pi \frac{r^2 x^3}{3h^2} \Big|_0^h$$

$$= \pi \frac{r^2}{3h^2} (h^3 - 0) = \pi \frac{r^2}{3h^2} (h^3) = \pi \frac{r^2 h}{3} u^3$$